

BAHAN AJAR

MATEMATIKA

Untuk Mahasiswa Program Studi

AGRIBISNIS

Dr. Ai Tusi Fatimah, S.Pd., M.Si.
Dr. Adang Effendi, M.Pd.



BAHAN AJAR MATEMATIKA
Untuk Mahasiswa
Program Studi Agribisnis

BAHAN AJAR MATEMATIKA

Untuk Mahasiswa Program Studi Agribisnis

Dr. Ai Tusi Fatimah, S.Pd., M.Si.
Dr. Adang Effendi, M.Pd.



BAHAN AJAR MATEMATIKA

Untuk Mahasiswa Program Studi Agribisnis

© Penerbit Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia (PRCI)

Penulis:

Dr. Ai Tusi Fatimah, S.Pd.,M.Si.

Dr. Adang Effendi, M.Pd.

Editor: Ai Tusi Fatimah

Cetakan Pertama: November 2021

Cover: Tanti Febrianti

Tata Letak: Tim Kreatif PRCI

Hak Cipta 2021, pada Penulis. Diterbitkan pertama kali oleh:

Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia

ANGGOTA IKAPI JAWA BARAT

Pondok Karisma Residence Jalan Raflesia VI D.151

Panglayungan, Cipedes Tasikmalaya – 085223186009

Website: www.rcipress.rcipublisher.org

E-mail: rumahcemerlangindonesia@gmail.com

Copyright © 2021 by Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia

All Right Reserved

- Cet. I –: Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia, 2021

; 14,8 x 21 cm

ISBN: 978-623-6478-96-7

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak buku ini dalam bentuk dan dengan
cara apapun tanpa izin tertulis dari penulis dan penerbit

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang

Hak Cipta Pasal 72

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang Hak Cipta
Pasal 72

Barang siapa dengan sengaja melanggar dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam pasal ayat (1) atau pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling sedikit 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp.1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).

Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran hak cipta terkait sebagai dimaksud pada ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmaanirrahiim,

Alhamdulillah rabbil'aalamin atas petunjuk dan karunia Allah SWT, kami telah menyelesaikan bahan ajar matematika ini. Shalawat dan salam senantiasa tercurah kepada yang terkasih Baginda Muhammad SAW.

Buku ini merupakan bahan ajar mata kuliah matematika di Program Studi Agribisnis. Bahan ajar ini disusun dengan memadukan konsep matematika, konteks pertanian, dan komputasi berbantuan *GeoGebra*. Perpaduan konsep matematika dan konteks pertanian diharapkan dapat memberi wawasan bagi mahasiswa tentang penerapan konsep matematika dalam suatu konteks pertanian. Selain itu, pemanfaatan *GeoGebra* dapat memperkaya kemampuan komputasi dan adaptasi penggunaan teknologi yang semakin pesat pertumbuhannya.

Terima kasih kami ucapkan kepada Manajemen Program Studi Agribisnis Fakultas Pertanian Universitas Galuh yang telah memberi kepercayaan kepada kami untuk mengampu Mata Kuliah Matematika dan menyusun bahan ajar ini.

Semoga bahan ajar matematika ini dapat bermanfaat bagi pengguna dan memberi khasanah baru bagi dunia pendidikan matematika dan agribisnis. Kritik dan saran kami harapkan untuk perbaikan bahan ajar ini.

Ciamis, 2 November 2021

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI	ii
DAFTAR TABEL.....	vi
DAFTAR GAMBAR.....	vi
BAB I <i>GEOTREKA</i> : KOMPUTASI DAN VISUALISASI ALJABAR	
GRAFIS	1
A. Mengenal Geogebra	2
B. Menginstal <i>GeoGebra</i>	6
RANGKUMAN	8
SOAL LATIHAN	9
BAB II <i>BILANGAN</i>	
A. Bilangan	11
B. Sifat Aljabar Bilangan Real.....	12
C. Representasi Bilangan	14
D. Substitusi Bilangan.....	15
E. Aproksimasi Bilangan	16
RANGKUMAN	18
SOAL LATIHAN	19
BAB III HIMPUNAN DAN FUNGSI	
A. Himpunan	21
B. Fungsi	25
1. Penyajian Fungsi	28
2. Jenis-Jenis Fungsi.....	30
3. Operasi Aljabar Fungsi.....	31
RANGKUMAN	32
SOAL LATIHAN	33

BAB IV PEMODELAN MATEMATIKA	35
A. Model Matematika.....	35
B. Pemodelan Matematika	37
C. Model Matematika.....	43
RANGKUMAN	48
SOAL LATIHAN	49
 BAB V SISTEM PERSAMAAN LINEAR.....	51
A. Persamaan Linear.....	51
B. Sistem Persamaan Linear.....	55
RANGKUMAN	61
SOAL LATIHAN	62
 BAB VI PEMODELAN OPTIMASI	65
A. Pertidaksamaan Linear	65
B. Sistem Pertidaksamaan Linear	69
C. Model Matematika.....	70
D. Pemodelan Optimasi	71
RANGKUMAN	75
SOAL LATIHAN	76
 BAB VII LIMIT FUNGSI.....	77
A. Limit Fungsi di Suatu Titik.....	77
B. Limit Kiri dan Limit Kanan	82
C. Limit di Tak Hingga.....	85
D. Limit Fungsi Trigonometri	88
RANGKUMAN	89
SOAL LATIHAN	90
 BAB VII TURUNAN FUNGSI.....	93
A. Garis Singgung	93
B. Turunan Fungsi	96

C. Turunan Fungsi sebagai Laju Perubahan	98
RANGKUMAN	100
SOAL LATIHAN	101
 BAB IX INTEGRAL TENTU	103
A. Jumlah Riemann dan Integral Tentu	103
B. Integral Tentu	108
RANGKUMAN	112
SOAL LATIHAN	113
 BAB X PELUANG	115
A. Peluang Suatu Kejadian	115
B. Sifat-sifat Ukuran Peluang	117
RANGKUMAN	120
SOAL LATIHAN	121
 BAB XI BARISAN DAN DERET BILANGAN	123
A. Barisan Bilangan	123
B. Barisan Aritmatika	124
C. Barisan Geometri	125
D. Deret Bilangan	128
E. Deret Aritmatika	129
F. Deret Geometri	129
RANGKUMAN	131
SOAL LATIHAN	132
 BAB XII PENGANTAR MATEMATIKA KEUANGAN	133
A. Teori Suku Bunga	133
B. Nilai Sekarang	137
C. Anuitas	138
D. Amortisasi	141
RANGKUMAN	144

SOAL LATIHAN	145
DAFTAR PUSTAKA.....	146

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Langkah-Langkah Pemodelan Matematika	39
Tabel 2. Data Panen Padi.....	41
Tabel 3. Pengecekan Model Matematika yang Diperoleh.....	42
Tabel 4. Perbandingan Model 1 dan 2	45

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Tampilan Antarmuka <i>GeoGebra</i>	3
Gambar 2. Tampilan <i>GeoGebra</i> dengan Menu “CAS”	4
Gambar 3. Hasil Operasi Bilangan.....	5
Gambar 4. Ekspresi Linear	5
Gambar 5. Tampilan <i>Web Download GeoGebra</i>	6
Gambar 6. <i>GeoGebra</i> Untuk Android	7
Gambar 7. Skema Sistem Bilangan Real.....	12
Gambar 8. Hasil Perhitungan dengan <i>GeoGebra</i>	17
Gambar 9. Operasi Fungsi.....	24
Gambar 10. Diagram Panah	25
Gambar 11. Grafik $f(x) = 2x - 1, x \in R$	27
Gambar 12. Nilai dari $f(3)$	27
Gambar 13. Nilai dari $f(-2)$	28
Gambar 14. Tampilan Awal <i>GeoGebra</i>	43
Gambar 15. Memasukan Data	44
Gambar 16. Memilih Analisis Regresi.....	44
Gambar 17. Model Linear	45
Gambar 18. $2x = 6, x \in R$	52
Gambar 19. $2x + 3 = 7, x \in R$	52
Gambar 20. $2x + 3y - z = 12, x \in R$	53
Gambar 21. Contoh Penyelesaian Persamaan $3x + 2y = 7,$ $x, y \in R$	54
Gambar 22. Penyelesaian SPLDV pada CAS	58
Gambar 23. Penyelesaian SPLDV dengan Metode Grafik	58
Gambar 24. Penyelesaian Sistem Persamaan Cairan Bensin.	60
Gambar 25. Grafik $x \geq 0, x, y \in \mathbb{R}$	66
Gambar 26. Grafik $5x + y > 5, x, y \in \mathbb{R}$	67
Gambar 27. Grafik $2x + 3y \leq 6, x, y \in \mathbb{R}$	67
Gambar 28. Grafik $x + y < 3, x, y \in \mathbb{R}$	68
Gambar 29. Grafik $x + y < 3, x, y \in \mathbb{R}$	69

Gambar 30. $4x + 2y \geq 12, 2x + 5y \geq 10, x, y \in \mathbb{R}$	70
Gambar 31. Grafik $150x + 75y \leq 2250, 50x + 75y \leq 1500, x \geq 0, y \geq 0$	73
Gambar 32. Garis Batas dan Titik Pojok	74
Gambar 33. Nilai Fungsi Objektif dari Titik Pojok	74
Gambar 34. Nilai Limit pada Contoh 7.1	78
Gambar 35. Grafik $\frac{1}{x}$	82
Gambar 36. Menentukan Limit Kiri dan Kanan dengan <i>GeoGebra</i>	83
Gambar 37. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ dengan <i>GeoGebra</i>	84
Gambar 38. Grafik $\frac{x}{ x }$	84
Gambar 39. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{ x }$ dengan <i>GeoGebra</i>	85
Gambar 40. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$	86
Gambar 41. $\lim_{x \rightarrow \infty} x + 2$	87
Gambar 42. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x}{2x^2 + x}$	87
Gambar 43. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 7}{3 - 6x^2 + x^3}$	88
Gambar 44. Penyelesaian Contoh 7.6	89
Gambar 45. Ilustrasi Kurva dan Garis Singgung (Verberg, et al., 2007)	93
Gambar 46. Kurva $y = x^2$ dan Persamaan Garis Singgung di Titik (1,1)	95
Gambar 47. Turunan Fungsi dengan <i>GeoGebra</i>	98
Gambar 48. Gambar Luas Daerah di Bawah Kurva pada [0,2]	103
Gambar 49. Kurva $(x) = x^2, x \in R$	104
Gambar 50. Jumlah Riemann dengan <i>Left Endpoint</i>	105
Gambar 51. Jumlah Riemann dengan <i>Right Endpoint</i>	106
Gambar 52. Jumlah Riemann dengan <i>Midpoint</i>	106

Gambar 53. Jumlah Riemann $f(x) = x^2$ dengan $n = 10$	107
Gambar 54. Jumlah Riemann $f(x) = x^2$ dengan $n = 50$	107
Gambar 55. $\int_0^2 x^2 dx$	109
Gambar 56. Integral dengan <i>GeoGebra</i>	111
Gambar 57. Jawaban Contoh 9.2.....	111



BAB I

GEOGEBRA: KOMPUTASI DAN VISUALISASI ALJABAR GRAFIS

Deskripsi Materi

1. Mengenal *GeoGebra*
2. Instalasi *GeoGebra*

Relevansi

GeoGebra merupakan perangkat lunak matematika yang digunakan dalam perkuliahan ini sebagai alat bantu komputasi dalam pemecahan masalah matematis dan membuat visualisasi grafis. Komputasi dibutuhkan untuk mendapatkan hasil yang akurat dan visualisasi aljabar dan grafis secara bersama-sama untuk membantu kemampuan representasi dan pemahaman konsep matematis.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa dapat menggunakan *GeoGebra* sebagai alat komputasi dan visualisasi aljabar - grafis.

Materi

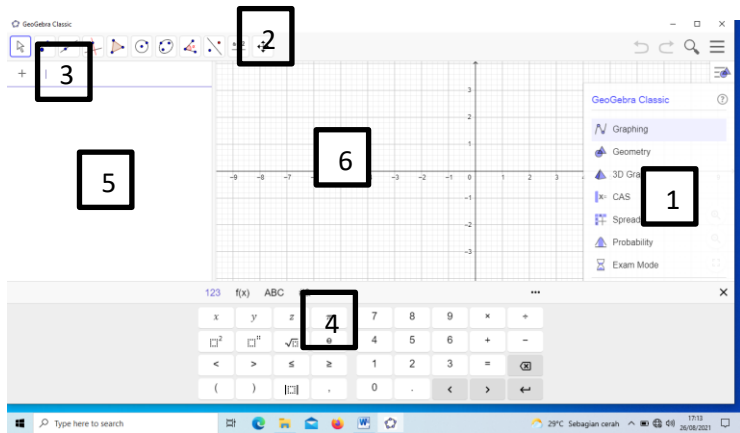
Penguasaan matematika pada era digital ini tidak hanya berfokus pada kemampuan pemahaman konsep matematika saja. Matematika saat ini dibutuhkan untuk memecahkan beragam masalah dengan cepat dan akurat. Kemampuan pemahaman konsep matematika dan penguasaan alat komputasi saat ini keduanya memiliki peranan penting dalam implementasi perkuliahan matematika.

GeoGebra merupakan perangkat lunak matematika yang menawarkan fitur-fitur ekspresi matematika. Bilangan, aljabar, dan grafis dapat divisualisasikan dengan sangat mudah dan menarik di dalam perangkat lunak tersebut. Oleh karena itu, pada bagian ini akan dibahas tampak muka perangkat lunak sebagai pengantar penggunaan perangkat lunak pada bab berikutnya.

A. Mengenal Geogebra

GeoGebra adalah perangkat lunak matematika yang dapat digunakan sebagai alat bantu dalam pembelajaran matematika. Perangkat lunak ini dikembangkan untuk proses belajar mengajar matematika di sekolah oleh Markus Hohenwarter di Universitas Florida Atlantic. Keunggulan perangkat lunak ini adalah visualisasi geometri yang memudahkan pengguna dalam memahami konsep-konsep matematika.

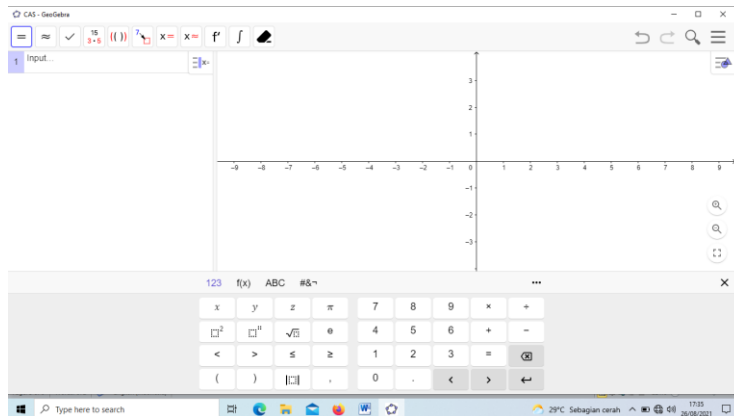
Instalasi *GeoGebra* mudah dilakukan. Begitu juga tampilan dan *tools GeoGebra* sangat mudah untuk digunakan. Ketika kita memulai membuka *GeoGebra*, maka tampilan yang akan muncul seperti pada Gambar 1.1



Gambar 1. Tampilan Antarmuka *GeoGebra*

Gambar 1 merupakan tampilan awal ketika kita membuka *GeoGebra*. Bagian yang diberi angka 1 merupakan menu utama *GeoGebra*. Kita bisa memilihnya sesuai dengan kebutuhan. Misalnya kita ingin bekerja memecahkan masalah yang berhubungan dengan geometri satu atau dua dimensi maka kita dapat memilih ingin “*Graphing*”. Jika kita akan bekerja dengan kebutuhan visualisasi 3D maka kita dapat memilih “*Geometry*”. Jika kita akan bekerja dengan aljabar maka kita dapat memilih “*CAS*”, dan seterusnya.

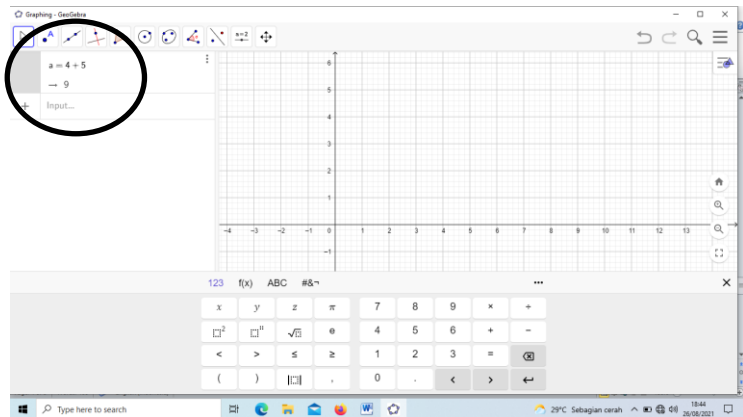
Bagian 2 merupakan alat-alat yang diberikan oleh *GeoGebra* untuk digunakan sesuai kebutuhan. Setiap menu utama memiliki alat-alat yang berbeda-beda. Sebagai contoh, jika kita memilih menu “*CAS*” maka akan muncul tampilan seperti pada Gambar 2. Pada bagian 3, kita dapat memasukkan berbagai ekspresi matematika dengan *keyboard* pada bagian 4. Hasil masukan akan keluar dalam dua bentuk yaitu aljabar pada bagian 5 dan grafis pada bagian 6.



Gambar 2. Tampilan *GeoGebra* dengan Menu “CAS”

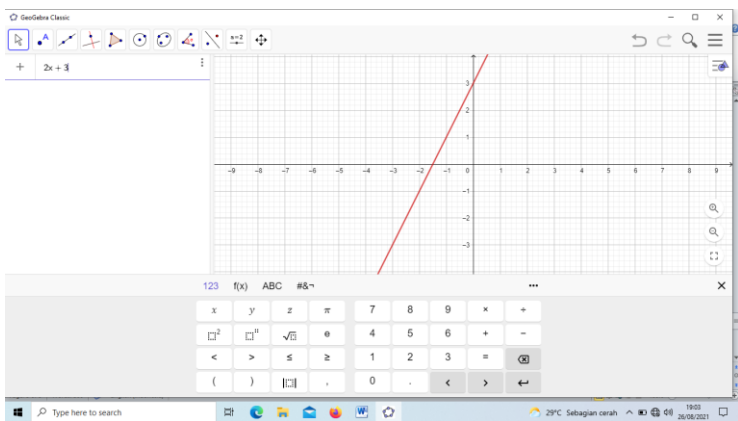
Sama seperti halnya pada kalkulator biasa, *GeoGebra* memfasilitasi operasi dasar matematika seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian dan pemangkatan. Masing-masing operasi dasar memiliki simbol pada tombol keyboard yang harus dipilih. Perhitungan dengan operasi dasar matematika dapat dilakukan dengan memasukkan bilangan dan operasinya seperti pada kalkulator, kemudian tekan enter.

Misalnya kita akan menghitung nilai dari $4 + 5$, maka kita tuliskan bilangan dan operasinya. Hasilnya dapat dilihat pada Gambar 3 berikut. Perhatikan luaran hasil pada bagian yang dilingkari.



Gambar 3. Hasil Operasi Bilangan

Selanjutnya, kita coba masukan ekspresi linear $2x + 3$, maka akan muncul grafik linear seperti Gambar 4 berikut ini.

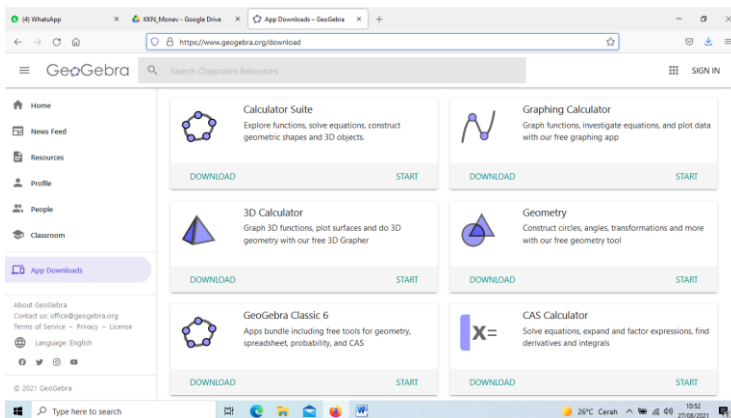


Gambar 4. Ekspresi Linear

Ekspresi-ekspresi matematika lainnya akan dipelajari pada bagian-bagian BAB selanjutnya.

B. Menginstal *GeoGebra*

GeoGebra dapat digunakan di perangkat komputer maupun android. *GeoGebra* juga sangat mudah didapatkan. Untuk perangkat komputer, Anda dapat mengunduhnya di laman <https://www.GeoGebra.org/download>. Anda akan mendapatkan tampilan seperti pada Gambar 5 berikut ini.

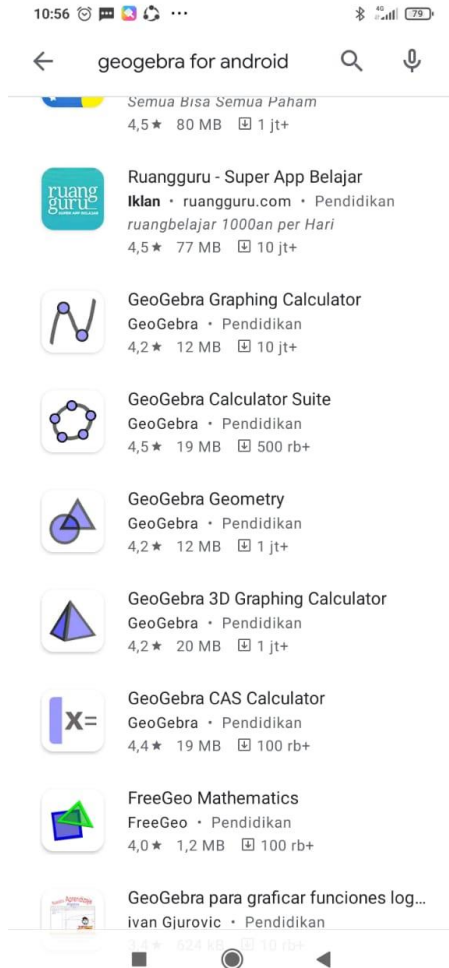


Gambar 5. Tampilan Web Download *GeoGebra*

Untuk keperluan perkuliahan matematika ini, Anda dapat mengunduh “*GeoGebra Classic 6*”. Setiap bab pada buku ini akan menyertakan komputasi atau visualisasi dengan menggunakan *GeoGebra Classic 6*.

Bagi Anda yang belum mempunyai perangkat komputer, jangan berkecil hati. Anda dapat mengunduh aplikasi *GeoGebra* dengan *android* yang Anda miliki. Silahkan Anda masuk ke *play store* seperti pada Gambar 6. Anda dapat memasang dan menggunakannya *GeoGebra* sesuai dengan materi yang disajikan. Hal tersebut dikarenakan menu *GeoGebra* pada android berbeda dengan komputer. Eksplorasi lebih lanjut harus terus Anda lakukan pada

GeoGebra android Anda.



Gambar 6. *GeoGebra* Untuk Android

Misalnya, Anda berhadapan dengan materi sistem persamaan linear yang merupakan bagian dari aljabar, maka *GeoGebra* CAS Calculator dapat digunakan. Untuk materi yang berhubungan dengan geometri bangun ruang, maka

Geogebra 3D Graphing Calculator dapat Anda gunakan. Diskusi tentang penggunaan Android dapat kita lakukan di kelas.

RANGKUMAN

Geogebra sebagai perangkat lunak merupakan salah satu perangkat yang banyak digunakan dalam pembelajaran matematika. Komputasi dan visualisasi aljabar-grafis yang dapat dilakukan secara bersama-sama sangat menunjang pemahaman konsep dan melakukan pemecahan masalah yang lebih cepat dan akurat.

SOAL LATIHAN

1. Lakukan instalasi *GeoGebra* pada perangkat yang Anda miliki.
2. Masukkan ekspresi berikut pada *Geogebra* dan perhatikan hasilnya.
 - a. $1000 \times 250 + 200000 - 4000$
 - b. $2^3 + 3^5 - 5^2$
 - c. $\sqrt{2} - \sqrt[3]{8} + 5\sqrt{3}$
 - d. $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$
 - e. $0,25 + 30\% - 2,745$
 - f. x
 - g. $y = x$
 - h. $x + y = 5$
 - i. $x - y > 2$



BAB II

BILANGAN

Deskripsi Materi

1. Bilangan
2. Sifat Aljabar Bilangan Real
3. Representasi Bilangan
4. Substitusi Bilangan
5. Aproksimasi Bilangan

Relevansi

Bilangan merupakan konsep dasar yang selalu terkoneksi dengan konsep matematika lainnya.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari BAB ini, mahasiswa memiliki kemampuan representasi bilangan, melakukan substitusi bilangan pada suatu konteks masalah, dan melakukan aproksimasi pada konteks yang tepat.

Materi

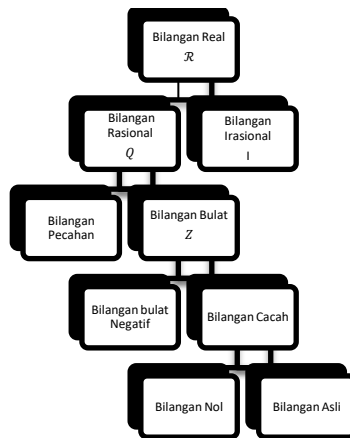
A. Bilangan

Konsep bilangan lahir dan berkembang seiring dengan perkembangan peradaban manusia. Bilangan adalah suatu konsep matematika yang digunakan untuk pencacahan dan pengukuran. Simbol atau lambang yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut sebagai angka atau lambang bilangan. Angka hanya sebuah simbol untuk mempresentasikan sebuah bilangan. Sampai sekarang sudah banyak sistem atau cara yang telah dikembangkan untuk merepresentasikan bilangan, diantaranya adalah Hindu-Arab,

Romawi, Mesir, Yunani, Babilonia, dan Cina.

Misalnya bilangan empat direpresentasikan dengan simbol yang berbeda-beda oleh masing-masing daerah berdasarkan kebudayaannya. Sekalipun simbolnya berbeda, tetapi maknanya sama yaitu menunjukkan bilangan empat.

Seiring dengan berkembangnya kebudayaan dan peradaban, maka terbentuklah simbol bilangan yang berlaku secara umum atau internasional yang kita kenal dan dipakai dalam kehidupan sehari-hari sekarang. Masing-masing bilangan dihimpun dan diberi notasi yang khas dengan cakupan yang berbeda-beda sehingga terbentuk sistem bilangan seperti pada gambar berikut.



Gambar 7. Skema Sistem Bilangan Real

B. Sifat Aljabar Bilangan Real

Pada himpunan bilangan real R terdapat dua operasi biner yang dinotasikan oleh $+$ dan $\cdot$, yang masing-masing disebut penjumlahan dan perkalian. Operasi ini memenuhi sifat-sifat berikut:

1. $a + b = b + a$, untuk setiap $a, b \in R$ (sifat komutatif penjumlahan).
2. $(a + b) + c = a + (b + c)$ untuk setiap $a, b, c \in R$ (sifat asosiatif penjumlahan).
3. Terdapat elemen $0 \in R$, sedemikian sehingga $a + 0 = a$ dan $0 + a = a$ untuk setiap $a \in R$ (eksistensi elemen nol).
4. Untuk setiap $a \in R$ terdapat unsur $-a \in R$ sedemikian sehingga $a + (-a) = 0$ dan $(-a) + a = 0$ (eksistensi elemen invers penjumlahan).
5. $a \cdot b = b \cdot a$ untuk setiap $a, b \in R$ (sifat komutatif perkalian).
6. $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ untuk setiap $a, b, c \in R$ (sifat asosiatif perkalian).
7. Terdapat elemen $1 \in R$, sedemikian sehingga $1 \cdot a = a$ dan $a \cdot 1 = a$ untuk setiap $a \in R$ (eksistensi unsur satuan).
8. Untuk setiap $a \in R$, $a \neq 0$, terdapat unsur $\frac{1}{a} \in R$ sedemikian sehingga $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ dan $\frac{1}{a} \cdot a = 1$ (eksistensi elemen invers perkalian).
9. $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ dan $(a + b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c)$ untuk setiap $a, b, c \in R$ (sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan).

Teorema

- a. Jika z dan a adalah elemen-elemen di R dengan $z + a = a$ maka $z = 0$.
- b. Jika u dan $b \neq 0$ adalah elemen-elemen di R dengan $u \cdot b = b$ maka $u = 1$.
- c. Jika $a, b \in R$ sehingga $a + b = 0$, maka $b = -a$.
- d. Jika $a, b \in R$ dan $a \neq 0$ sehingga $a \cdot b = 1$, maka $b = \frac{1}{a}$.

Definisi

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$. Bilangan rasional dilambangkan oleh Q .

C. Representasi Bilangan

Seperti yang sudah dibahas pada bagian awal bahwa bilangan suatu bilangan dapat dilambangkan dengan cara berbeda. Begitu juga pada bilangan real. Misalnya bilangan 1 (satu). Bilangan 1 merupakan bagian dari bilangan bulat atau secara spesifik masuk pada bilangan asli. Wujud bilangan 1 ini dapat diubah menjadi wujud lain yang nilainya sama yaitu 1, misalnya $\frac{5}{5}$.

Bilangan 1 dan $\frac{5}{5}$ dapat dikatakan sebagai produk representasi matematis. Mengubah bentuk 1 menjadi $\frac{5}{5}$ memerlukan proses melalui konsep operasi pembagian bilangan. Proses ini dapat dikatakan sebagai proses representasi.

Bilangan 1 memiliki banyak representasi bilangan yang berbeda bergantung pada konsep matematika apa yang dilakukan pada proses representasi. Berikut ini diberikan contoh beragam representasi dari bilangan 1 dan contoh lain dari beberapa bilangan.

1. $1 = \frac{5}{5} = \frac{z}{z} = a^0 = 100\% = \log 10 = 99 - 98$
2. $5 = \frac{5}{1} = \frac{100}{20} = \frac{5a}{a} = \sqrt{25} = 4 + 1$
3. $1000 = 10^3 = \sqrt[3]{10^9}$
4. $30000 = 3 \cdot 10^4$
5. $4500000 = 4,5 \cdot 10^6$

$$6. 0,001 = \frac{1}{1000} = 10^{-3}$$

$$7. 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \sum_{n=1}^5 n$$

Catatan:

Dalam kehidupan sehari-hari, penghitungan aritmatika yang biasa dilakukan adalah menggunakan sistem desimal (sistem berbasis sepuluh). Dalam sistem desimal, suatu bilangan 1259 dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned} 1259 &= 1000 + 200 + 50 + 9 \\ &= 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0 \end{aligned}$$

D. Substitusi Bilangan

Banyak konteks di bidang pertanian yang melibatkan bilangan di dalamnya. Konteks-konteks pertanian tersebut seringkali terwujud dalam bentuk aturan atau rumus-rumus tertentu. Kemampuan melakukan substitusi bilangan pada suatu rumus merupakan langkah awal dan penentu dalam keberhasilan melakukan penyelesaian dalam konteks pertanian tersebut. Substitusi adalah langkah awal sebelum operasi matematika lanjutan dilakukan.

Contoh 1.1

Daya kecambah adalah persentase dari banyaknya benih yang menghasilkan kecambah terhadap banyaknya benih yang dibuat menjadi kecambah, dirumuskan:

$$\text{Daya kecambah} = \frac{\text{banyaknya benih yang berkecambah}}{\text{banyaknya benih yang dikecambahkan}} \cdot 100\%$$

Pada sebuah wadah, seorang petani merendam benih padi sebanyak 2500 biji. Dua hari kemudian sebanyak 2355 benih mengeluarkan kecambah. Berapa daya kecambah

benih tersebut?

Penyelesaian masalah pada Contoh 1.1 di atas memerlukan kemampuan substitusi bilangan pada rumus yang ditetapkan. Kita harus membaca dengan seksama untuk mendapatkan bilangan yang sesuai dengan rumus. Bilangan 2500 merepresentasikan banyaknya benih yang dikecambahkan sedangkan 2355 merepresentasikan banyaknya benih yang berkecambah. Kita substitusi pada rumus menjadi:

$$\text{Daya kecambah} = \frac{2355}{2500} \cdot 100\%$$

Berdasarkan hasil perhitungan, diperoleh daya kecambah 94%

E. Aproksimasi Bilangan

Perhatikan hasil perhitungan daya kecambah Contoh 1.1 pada *GeoGebra* Gambar 8 berikut ini. Ketika kita input bilangan $\frac{2355}{2500} \cdot 100$, maka akan keluar hasil $\frac{471}{5}$. Hasil tersebut berbentuk pecahan. Hasil perhitungan dalam bentuk pecahan biasa memang cenderung tidak digunakan oleh orang-orang dalam bentuk persentase. Untuk mengubahnya ke dalam bentuk digit berhingga dalam *Geogebra*, kita cukup menekan $\approx$ sehingga muncul bilangan 94,2.

Bilangan 94% pada Contoh 1.1 merupakan hasil proses pembulatan dari bilangan 94,2%. Hasil perhitungan dapat dikategorikan ke dalam dua bagian yaitu hasil eksak dan hasil aproksimasi. Bilangan $\frac{471}{5}$ merupakan hasil eksak sedangkan 94 merupakan hasil aproksimasi.



Gambar 8. Hasil Perhitungan dengan GeoGebra

Kita jelaskan lebih lanjut terkait dengan hasil eksak dan aproksimasi. Misalnya bilangan $\frac{1}{3}$ ditampilkan dalam bentuk tak hingga banyak angka (digit) dibelakang koma desimal, $\frac{1}{3} = 0,33333333333333$. Bilangan $\frac{1}{3}$ ditampilkan dalam bentuk berhingga

$$\frac{1}{3} = 0,333 = \frac{333}{1000}$$

diantara $\frac{1}{3}$ dengan 0,333 terdapat selisih $\frac{1}{3000}$

$$\frac{333}{1000} + \frac{1}{3000} = \frac{999 + 1}{3000} = \frac{1000}{3000}$$

Apabila bilangan $\frac{1}{3}$ ditampilkan dalam bentuk berhingga bilangan di belakang koma, maka itu hanyalah pendekatan saja. $\frac{1}{3}$ adalah hasil eksak dan 0,333 adalah hasil pendekatan tiga angka di belakang koma.

Teknik aproksimasi terdiri dari pembulatan dan pemotongan. Misal, $\frac{1}{7} = 0,1428571429 \dots$. Hasil pembulatan dengan tiga digit dibelakang koma adalah 0,143. Hasil pemotongan dengan tiga digit dibelakang koma adalah 0,142.

RANGKUMAN

Bilangan yang cenderung digunakan dalam bidang agribisnis memiliki ruang lingkup bilangan real. Bilangan real memiliki sembilan sifat aljabar yang merupakan dasar operasi bilangan. Representasi bilangan berupa produk merupakan wujud dari ekspresi bilangan dan representasi berupa proses merupakan kemampuan mengubah ekspresi matematika ke suatu ekspresi matematika lainnya dengan suatu konsep matematika yang tepat. Substitusi bilangan merupakan proses menetapkan bilangan dari konteks ke dalam suatu rumus yang telah ditetapkan. Hasil perhitungan terdiri dari hasil eksak dan aproksimasi. Aproksimasi dapat dilakukan dengan melakukan pembulatan atau pemotongan bilangan.

SOAL LATIHAN

1. Setelah memahami sifat-sifat aljabar dari bilangan real, selanjutnya kalian tentukan nilai dari:
 - a. $-4 - (-2) + (-10)$
 - b. $2(-10) + 5$
 - c. $-2 + 10 \cdot \frac{3}{5} - 18$
 - d. $\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2}$
 - e. $0,04 \cdot 3\% \cdot 20000 \cdot \frac{4}{5}$
2. R/C rasio merupakan salah satu alat untuk mengukur kelayakan usahatani. R/C rasio dirumuskan dengan:

$$\text{R/C rasio} = \frac{\text{penerimaan}}{\text{biaya tetap} + \text{biaya variabel}}$$

Jika R/C rasio < 1 , maka usaha tani tidak layak.

Jika R/C rasio $= 1$, maka usaha tani timpas.

Jika R/C rasio > 1 , maka usaha tani layak dan menguntungkan.

Seorang petani melakukan budidaya tanaman cabai merah. Biaya produksi terdiri dari biaya tetap dan biaya variabel. Biaya tetap (sewa lahan, pajak, dan pengairan) dalam satu musim yang dikeluarkan oleh petani sebesar Rp. 4.000.000,-, sedangkan biaya variabel (pupuk, bibit, tenaga kerja, dan obat) sebesar Rp. 15.000.000,-. Sementara hasil yang diperoleh dari budidaya tanaman tersebut sebesar Rp. 22.000.000,-.

- a. Hitunglah R/C rasio
- b. Bagaimana tingkat kelayakan usahatani tersebut.

3. Diberikan data berikut ini:

X	0,5	1	1,5	2	2,5
Y	0,7	3,4	7,2	12,4	20,1

Dipilih model linear untuk merepresentasikan data tersebut yaitu $y = ax + b$, dengan

$$a = \frac{m \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{m \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

dan

$$b = \frac{m \sum X_i^2 \sum Y_i - \sum X_i Y_i \sum X_i}{m \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

Tentukan model linear tersebut.

(Catatan: m adalah banyaknya titik data)

BAB III

HIMPUNAN DAN FUNGSI

Deskripsi Materi

1. Himpunan
2. Fungsi

Relevansi

Konsep himpunan merupakan konsep dasar untuk mendukung konsep fungsi dan konsep matematika lainnya. Konsep fungsi merupakan konsep sentral matematika pada ranah terapan.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari BAB ini, mahasiswa diharapkan dapat memahami konsep himpunan dan fungsi, menyajikan fungsi, dan membedakan jenis-jenis fungsi.

Materi

A. Himpunan

Topik himpunan dikembangkan oleh Boole dan Cantor pada Abad XIX dan kemudian berkembang pesat pada Abad XX. Kata himpunan dalam matematika merupakan istilah yang tidak didefinisikan. Himpunan dicirikan oleh sifat objek atau benda yang didalamnya didefinisikan secara jelas. Objek tersebut dapat merupakan objek konkrit ataupun abstrak. Himpunan bilangan prima, himpunan kendaraan beroda dua, himpunan mahasiswa matematika adalah contoh-contoh himpunan dengan sifat-sifat keanggotaannya yang dinyatakan dengan jelas. Dengan demikian, suatu objek dapat ditentukan apakah objek tersebut berada dalam himpunan

atau diluar himpunan. Setiap objek yang terletak di dalam himpunan atau mempunyai sifat yang telah ditentukan terlebih dahulu disebut elemen atau anggota atau unsur himpunan tersebut.

Unsur-unsur dalam suatu himpunan biasanya dilambangkan dengan menggunakan huruf kecil, misal: $a, b, c, \dots, z$; sedangkan lambang himpunan biasanya ditulis menggunakan huruf kapital, misal: $A, B, C, \dots, Z$. Lambang untuk menyatakan keanggotaan suatu objek adalah $\in$. Jika elemen x dalam himpunan A , maka ditulis

$$x \in A$$

dan dikatakan bahwa x adalah anggota A , atau x milik A . Jika x tidak terdapat dalam A , maka ditulis

$$x \notin A$$

Himpunan dapat dituliskan dalam berbagai cara. Suatu himpunan biasanya didefinisikan dengan mendaftar unsur-unsurnya secara eksplisit. Himpunan yang jumlah anggotanya hingga, biasanya dinyatakan dengan cara tabulasi yaitu dengan cara menuliskan anggota-anggotanya satu per satu dalam sebuah kurung kurawal. Misalnya A adalah himpunan huruf vokal dalam abjad, maka kita dapat menuliskan $A = \{a, i, u, e, o\}$. Penulisan urutan atau letak anggota himpunan tidak diperhatikan.

Himpunan juga dapat ditulis dengan menggunakan ciri penentu atau ciri/ sifat keanggotaan himpunan tersebut. Jika P menunjukkan sifat yang bermakna dan tidak ambigu untuk elemen dari himpunan S , maka kita tulis

$$\{x \in S : P(x)\}$$

untuk himpunan semua elemen x di S yang bersifat P benar. Jika himpunan S dipahami dalam konteks ini, maka notasi ini sering diabaikan.

Himpunan huruf vokal dalam abjad dapat ditulis:

$$A = \{x | x \text{ huruf vokal dalam abjad}\}$$

atau

$$A = \{x: x \text{ huruf vokal dalam abjad}\}.$$

Beberapa himpunan khusus digunakan di seluruh buku ini dan dilambangkan dengan simbol standar seperti berikut ini.

1. Himpunan bilangan $N = \{1, 2, 3, \dots\}$,
2. Himpunan bilangan bulat $Z = \{1, 1, -1, 2, -2, \dots\}$,
3. Himpunan bilangan rasional

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in Z \text{ dan } n \neq 0 \right\},$$

4. Himpunan bilangan real R .

Contoh 3.1

1. Himpunan $\{x \in N : x^2 - 3x + 2 = 0\}$ terdiri dari bilangan yang memenuhi persamaan yang dinyatakan. Karena satu-satunya solusi dari persamaan kuadrat adalah $x = 1$ dan $x = 2$, dan dapat ditunjukkan dengan himpunan $\{1, 2\}$.
2. Bilangan asli n adalah genap jika memiliki bentuk $n = 2k$ untuk beberapa $k \in N$. Himpunan bilangan asli genap ditulis $\{2k : k \in N\}$.

Jika setiap elemen dari himpunan A juga milik himpunan B , maka dikatakan bahwa A adalah himpunan bagian dari B dan ditulis

$$A \subseteq B \text{ atau } B \supseteq A.$$

jika $A \subseteq B$ maka dikatakan bahwa himpunan A adalah himpunan bagian yang tepat dengan himpunan B , tapi jika ada paling sedikit satu unsur B yang tidak ada di A maka ditulis

$$A \subset B.$$

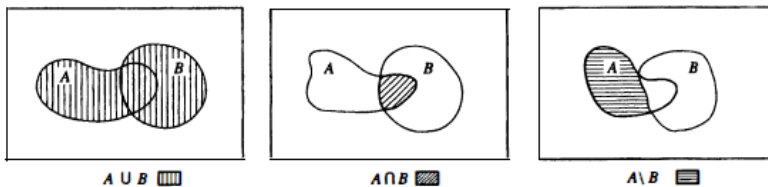
Definisi 3.2

Dua himpunan A dan B dikatakan sama, dan ditulis $A = B$, jika kedua himpunan tersebut mengandung unsur-unsur yang sama. Dengan demikian, untuk membuktikan bahwa himpunan A dan B adalah sama, kita harus menunjukkan bahwa

$$A \subseteq B \text{ dan } B \subseteq A.$$

Operasi Himpunan

Himpunan baru dapat diperoleh dengan mendefinisikan metode dari beberapa operasi. Operasi baru ditetapkan dari arti kata-kata "atau", "dan", dan "tidak". Kata "atau" digunakan dalam arti inklusif, memunculkan kemungkinan bahwa x mungkin milik kedua himpunan yang kadang-kadang ditandai dengan "dan/atau".



Gambar 9. Operasi Fungsi

Definisi 3.3

- Gabungan himpunan A dan B adalah himpunan $A \cup B := \{x : x \in A \text{ atau } x \in B\}$.
- Irisan himpunan A dan B adalah himpunan $A \cap B := \{x : x \in A \text{ dan } x \in B\}$.
- Komplemen dari B relatif ke A adalah himpunan $A \setminus B := \{x : x \in A \text{ dan } x \notin B\}$.

Himpunan yang tidak memiliki unsur-unsur disebut himpunan kosong dan dilambangkan dengan simbol $\emptyset$.

Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas jika mereka tidak memiliki unsur-unsur yang sama; dinyatakan dengan $A \cap B = \emptyset$.

B. Fungsi

Fungsi muncul jika suatu besaran bergantung pada besaran lain.

Contoh 3.4

Populasi manusia P bergantung pada waktu t .

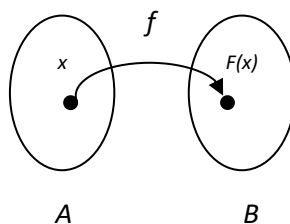
Biaya pengiriman surat B bergantung pada berat w .

Biaya pupuk pertanian bergantung pada luas area pertanian.

Definisi 3.5

Misalkan A dan B adalah dua himpunan. Fungsi f adalah suatu aturan yang memadankan setiap $x \in A$ dengan tepat satu elemen $y = f(x) \in B$.

Perhatikan gambar diagram panah di bawah ini. Fungsi f yang memetakan (memadankan) setiap anggota A dengan tepat satu anggota B dinotasikan oleh $f: A \rightarrow B$.



Gambar 10. Diagram Panah