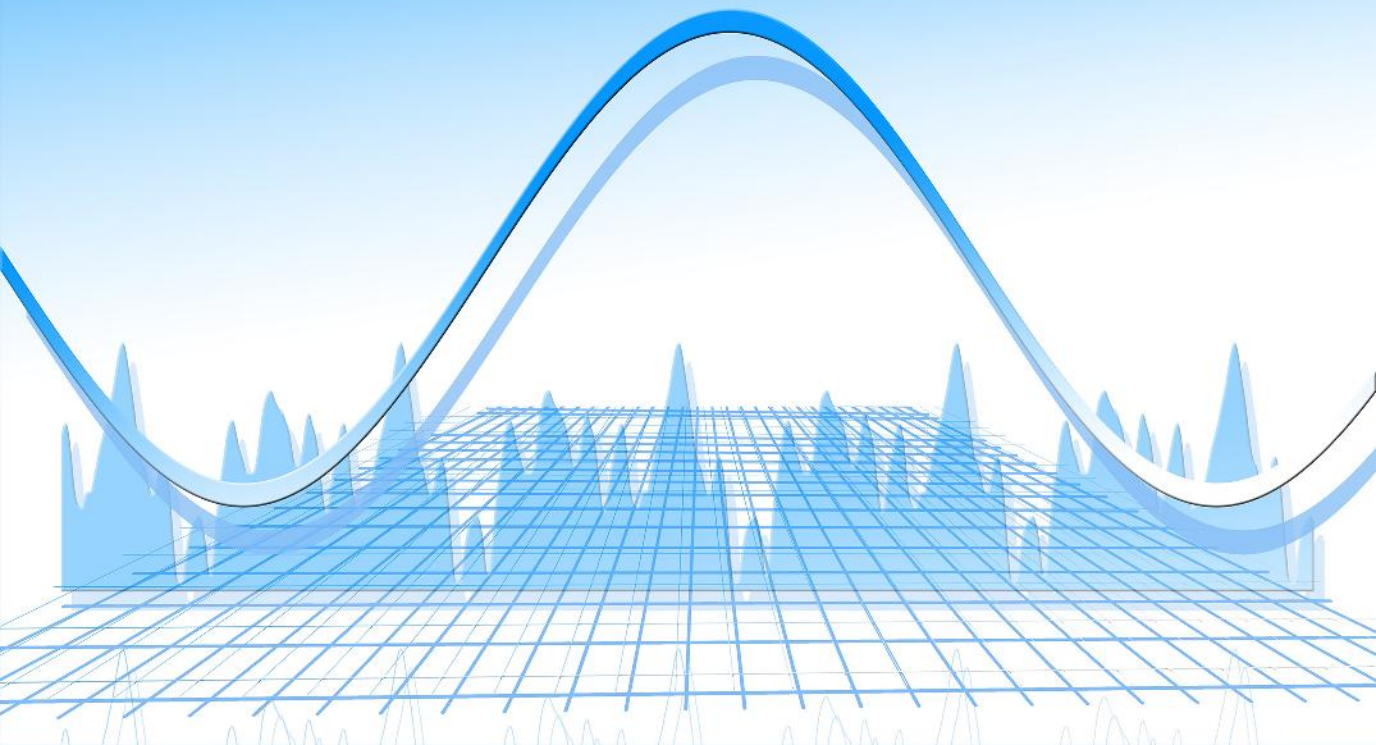




# STATISTIK MATEMATIKA

Drs. Sujiran, M. Pd.



# STATISTIK MATEMATIKA

Drs. Sujiran, M.Pd.



# STATISTIK MATEMATIKA

Penulis:  
Drs. Sujiran, M.Pd.

Editor:  
Erik Santoso

Layouter :  
Tim Kreatif PRCI

Cover:  
Rusli

Cetakan Pertama : Juni 2023

Hak Cipta 2022, pada Penulis. Diterbitkan pertama kali oleh:

**Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia**  
**ANGGOTA IKAPI JAWA BARAT**

Pondok Karisma Residence Jalan Raflesia VI D.151  
Panglayungan, Cipedes Tasikmalaya – 085223186009

Website : [www.rcipress.rcipublisher.org](http://www.rcipress.rcipublisher.org)  
E-mail : [rumahcemerlangindonesia@gmail.com](mailto:rumahcemerlangindonesia@gmail.com)

Copyright © 2022 by Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia  
All Right Reserved

- Cet. I – : Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia, 2022  
; 18 x 25 cm  
ISBN : 978-623-448-567-7

Hak cipta dilindungi undang-undang  
Dilarang memperbanyak buku ini dalam bentuk dan dengan  
cara apapun tanpa izin tertulis dari penulis dan penerbit

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang  
**Hak Cipta Pasal 72**

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang Hak Cipta  
Pasal 72

Barang siapa dengan sengaja melanggar dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam pasal ayat (1) atau pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling sedikit 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp.1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).

Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran hak cipta terkait sebagai dimaksud pada ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah)

## **KATA PENGANTAR**

Puji syukur kami panjatkan kehadiran Allah Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan rahmat serta karunia-Nya kepada kami sehingga kami berhasil menyelesaikan Buku dengan judul Statistik Matematika sesuai yang ditargetkan. Buku dengan judul Statistik Matematika ini berisi materi yang menekankan pada teori probabilitas dan distribusi peubah acak. Buku ini disusun untuk mahasiswa FPMIPA yang mengambil mata kuliah Statistik Matematika di program studi Pendidikan Matematika. Kami menyadari bahwa Buku ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu kritik dan saran dari semua pihak yang bersifat membangun selalu kami harapkan demi kesempurnaan buku ini.

Akhir kata, kami sampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah berperan serta dalam penyusunan Buku ini dari awal sampai akhir. Semoga Tuhan Yang Maha Esa senantiasa meridhoi segala usaha kita. Amin.

Juni 2023, Penulis

# DAFTAR ISI

|                                               |        |
|-----------------------------------------------|--------|
| KATA PENGANTAR                                | I      |
| DAFTAR ISI                                    | II     |
| BAB I PELUANG                                 | 1      |
| A. Ruang Sampel                               | 1      |
| B. Kejadian atau Peristiwa                    | 3      |
| C. Operasi dari suatu kejadian                | 4      |
| D. Aturan untuk menghitung titik sampel       | 8      |
| E. Peluang Suatu Peristiwa                    | 11     |
| F. Beberapa Hukum Peluang                     | 12     |
| G. Peluang Bersyarat                          | 14     |
| H. Aturan Bayes                               | 16     |
| <br>BAB II PEUBAH ACAK DAN DISTRIBUSI PELUANG | <br>21 |
| A. Pengertian Peubah Acak                     | 21     |
| B. Distribusi Peluang Diskret                 | 23     |
| C. Distribusi Peluang Kontinu                 | 25     |
| D. Distribusi Peluang Gabungan                | 27     |
| E. Distribusi Marginal                        | 29     |
| F. Distribusi Bersyarat                       | 32     |
| <br>BAB III EKSPEKTASI MATEMATIK              | <br>39 |
| A. Pengertian dan Sifat Ekspektasi Matematik  | 39     |
| B. Jenis-jenis Ekspektasi Matematik           | 48     |
| 1. Mean dan Variansi                          | 48     |
| 2. Mean dan Variansi Bersyarat                | 51     |
| 3. Kovariansi                                 | 54     |
| 4. Sifat Variansi                             | 56     |
| 5. Koefisien Korelasi                         | 58     |

|                                              |        |
|----------------------------------------------|--------|
| BAB IV BEBERAPA DISTRIBUSI PELUANG DISKRET   | 64     |
| A. Distribusi Seragam                        | 64     |
| B. Distribusi Binomial                       | 65     |
| C. Distribusi Multinomial                    | 69     |
| D. Distribusi Hipergeometrik                 | 69     |
| E. Distribusi Poisson                        | 73     |
| F. Distribusi binomial negatif dan geometrik | 75     |
| <br>DAFTAR PUSTAKA                           | <br>82 |



# BAB I

## PELUANG

### A. Ruang Sampel

Kita akan memperoleh ruang sampel, jika kita melakukan suatu percobaan atau eksperimen. Eksperimen yang dimaksud di sini adalah eksperimen acak. Eksperimen acak adalah eksperimen yang dilakukan berulang ulang dalam kondisi yang relatif sama, tetapi masing-masing pengulangan memberikan hasil yang belum tentu sama. Dalam eksperimen acak, hasil dari setiap pengulangan tidak bisa diperkirakan, karena hasilnya terjadi secara kebetulan. Dari penjelasan di atas, bisa diketahui ciri-ciri dari eksperimen acak sebagai berikut:

1. Hasil eksperimen merupakan himpunan semua hasil yang mungkin.
2. Eksperimen diulang beberapa kali dalam kondisi tidak berubah.
3. Hasil pengulangan terjadi secara kebetulan.

Jika kita melakukan eksperimen melantunkan sebuah mata uang logam Rp. 500, maka hasil yang mungkin bisa “angka” atau “gambar”. Misalnya lantunan pertama menghasilkan gambar, maka lantunan berikutnya belum tentu menghasilkan “gambar”.

Dalam percobaan tersebut hanya ada dua macam hasil yang mungkin, yaitu “bagian angka” atau “bagian gambar”. Hasilnya tidak dapat diramalkan dengan pasti. Bila seorang kimiawan mengadakan analisis kimia beberapa kali dalam kondisi yang sama, hasil pengukurannya akan berlainan dan ini menunjukkan adanya unsur peluang dalam pelaksanaan percobaan. Meskipun sebuah mata uang dilantunkan berulang kali, kita tidak akan pernah dapat memastikan bahwa suatu lantunan tertentu akan menghasilkan “angka” atau “gambar”.

### Definisi 1

*Himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan disebut ruang sampel dan masing-masing hasil yang mungkin atau setiap anggota ruang sampel dinamakan titik sampel.*

Penulisan ruang sampel dinyatakan dengan lambang  $S$ .

Menurut banyaknya hasil dalam ruang sampel dibedakan dalam ruang sampel diskrit dan kontinu.

## Definisi 2

*Ruang sampel diskrit adalah ruang sampel yang banyak anggotanya berhingga dan dapat dihitung, sedangkan ruang sampel kontinu adalah ruang sampel yang banyaknya anggota tidak berhingga dan merupakan interval pada garis bilangan real.*

Pemahaman tentang ruang sampel diskrit, diperjelas melalui contoh 1 sampai dengan contoh 4, sedangkan ruang sampel kontinu diberikan pada contoh 5 berikut.

### Contoh 1

Apabila sebuah mata uang logam dilantunkan sekali, maka diperoleh ruang sampel, yaitu  $S = \{ A, G \}$ , A menyatakan bagian angka dan G menyatakan bagian gambar, masing-masing dinamakan titik sampel. Jika yang diamati/diselidiki banyaknya "G" saja atau "A" saja yang muncul, maka  $S = \{0,1\}$ .

### Contoh 2

Apabila sebuah mata uang logam dilantunkan 2 kali, maka diperoleh ruang sampel, yaitu  $S = \{ AA, AG, GA, GG \}$ . Jika yang diamati/diselidiki banyaknya "G" yang muncul, maka  $S = \{0, 1, 2\}$ .

### Contoh 3

Bila sebuah dadu dilantunkan sekali, maka ruang sampelnya adalah  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Tetapi apabila yang diselidiki banyaknya mata dadu yang menyatakan bilangan genap atau ganjil, maka ruang sampelnya  $S = \{\text{genap, ganjil}\}$ .

### Contoh 4

Tiga barang hasil produksi dipilih secara acak, kemudian digolongkan berdasarkan keadaan cacat (C) atau tidak cacat (T), maka ruang sampelnya adalah  $S = \{ CCC, CCT, CTC, CTT, TTC, TCT, TCC, TTT \}$ .

Jika yang diselidiki banyaknya barang yang cacat, maka  $S = \{ 0, 1, 2, 3 \}$ .

### Contoh 5

Sebuah perusahaan bola lampu memproduksi bola lampu merk "KUAT". Jika kita akan menyelidiki masa hidup (dalam jam) bola lampu tersebut, maka ruang sampelnya adalah  $S = \{ t : t > 0 \}$

## B. Kejadian atau Peristiwa

Dalam tiap percobaan, kita mungkin ingin mengetahui munculnya kejadian tertentu dan bukan hasil unsur tertentu dalam ruang sampel. Misalnya kita ingin mengetahui mengenai kejadian A bahwa hasil lantunan suatu dadu menyatakan bilangan yang habis dibagi tiga. Ini akan terjadi bila hasilnya merupakan unsur himpunan bagian  $A = \{3, 6\}$  dari ruang sampel  $S$ , yaitu  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

Tiap kejadian berkaitan dengan sekelompok titik sampel yang membentuk himpunan bagian dari ruang sampel. Himpunan bagian ini mewakili semua unsur yang membuat kejadian dapat muncul.

### Definisi 3

*Himpunan bagian dari ruang sampel yang memiliki sifat tertentu disebut kejadian atau peristiwa. Setiap himpunan bagian dari ruang sampel  $S$  merupakan suatu peristiwa.*

Karena sebuah peristiwa merupakan himpunan bagian dari ruang sampel  $S$ , maka ada tiga kemungkinan yang bisa terjadi, yaitu:

1.  $S$  merupakan sebuah peristiwa.
2. Himpunan kosong juga sebuah peristiwa.
3. Beberapa hasil yang mungkin dari  $S$  merupakan sebuah peristiwa.

### Contoh 6

Sebuah dadu dilantunkan sekali, jika A peristiwa munculnya mata dadu yang menyatakan bilangan ganjil, maka  $A = \{1, 3, 5\}$  yang merupakan himpunan bagian dari ruang sampel  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

### Contoh 7

Pada contoh 4, misalkan B peristiwa yang menyatakan bahwa barang yang cacat kurang dari dua buah, maka  $B = \{CTT, TCT, TTC, TTT\}$ .

### Definisi 4

*Suatu peristiwa yang hanya memuat satu titik sampel disebut peristiwa sederhana, gabungan dari beberapa peristiwa sederhana disebut peristiwa majemuk.*

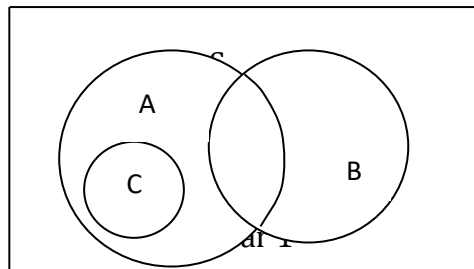
Pada contoh 3, kejadian munculnya mata dadu yang menyatakan bilangan prima genap adalah kejadian sederhana, yaitu  $\{2\}$ , demikian juga

kejadian munculnya mata dadu yang menyatakan bilangan kelipatan 5 adalah kejadian sederhana, yaitu  $\{ 5 \}$ ; dan gabungan dari dua kejadian sederhana tersebut merupakan kejadian majemuk, yaitu  $\{2, 5\}$  yang merupakan kejadian munculnya mata dadu yang menyatakan faktor dari 10.

### Definisi 5

*Suatu kejadian yang tidak memiliki unsur disebut ruang hampa atau ruang nol, dinyatakan dengan  $\phi$*

Bila pada lantunan sebuah dadu, A peristiwa munculnya mata dadu yang menyatakan bilangan kelipatan 7, maka A merupakan ruang hampa, jadi  $A = \phi$ . Hubungan antara peristiwa dengan ruang sampel padanannya dapat digambarkan menggunakan diagram Venn sebagai berikut :



Pada gambar 1, peristiwa A, B, dan C merupakan himpunan bagian dari ruang sampel S. Peristiwa C merupakan himpunan bagian A; B dan C tidak memiliki titik sampel persekutuan ; A dan B paling sedikit memiliki satu titik sampel persekutuan. Gambar 1 dapat digunakan untuk menggambarkan suatu percobaan melantunkan sebuah dadu, dan mengamati kejadian sebagai berikut :

A = peristiwa munculnya bilangan ganjil

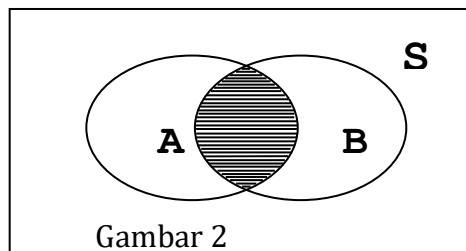
B = peristiwa munculnya bilangan prima

C = peristiwa munculnya bilangan asli yang pertama

### C. Operasi dari suatu kejadian

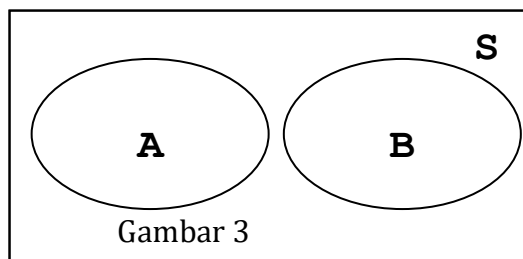
Operasi dari beberapa kejadian akan menghasilkan peristiwa baru, dan peristiwa baru tersebut juga merupakan himpunan bagian dari ruang sampel semula. Beberapa operasi antara kejadian didefinisikan sebagai berikut :

1. Irisan dua kejadian A dan B dinyatakan dengan lambang  $A \cap B$ , ialah kejadian yang unsurnya termasuk didalam A dan B. Ditulis :  $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$ . Daerah yang diarsir pada gambar 2, menyatakan  $A \cap B$ .



Sebuah dadu dilantunkan sekali. A peristiwa munculnya mata dadu yang menyatakan tiga bilangan asli yang pertama, dan B peristiwa munculnya mata dadu yang menyatakan bilangan ganjil. Jadi  $A = \{1, 2, 3\}$  dan  $B = \{1, 3, 5\}$ , sehingga  $A \cap B = \{1, 3\}$ .

2. Dua peristiwa A dan B saling terpisah (saling lepas), jika  $A \cap B = \phi$ . Peristiwa tersebut digambarkan dengan Diagram Venn sebagai berikut :

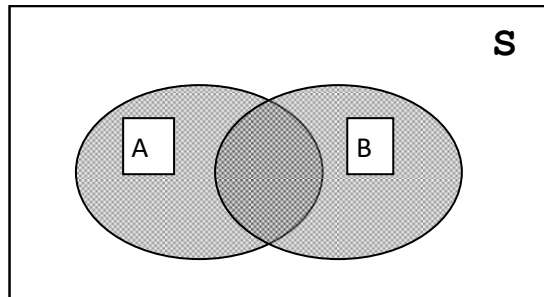


#### Contoh 8

Percobaan pada contoh 6, jika A peristiwa munculnya bilangan genap dan B peristiwa munculnya bilangan ganjil, maka  $A = \{2, 4, 6\}$  dan  $B = \{1, 3, 5\}$ , jadi  $A \cap B = \phi$  merupakan ruang hampa.

3. Gabungan dua peristiwa A dan B dinyatakan dengan lambang  $A \cup B$ , ialah peristiwa yang unsur-unsurnya termasuk didalam A atau B atau keduanya. Dapat ditulis:

$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$ . Daerah yang diarsir pada gambar 4 berikut menyatakan  $A \cup B$ .



Gambar 4

#### Contoh 9

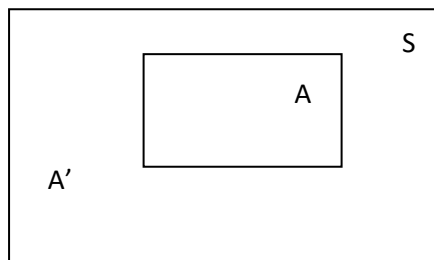
Sebuah dadu dilantunkan sekali. A peristiwa munculnya mata dadu yang menyatakan tiga bilangan asli yang pertama, dan B peristiwa munculnya mata dadu yang menyatakan bilangan ganjil. Jadi  $A = \{ 1, 2, 3 \}$  dan  $B = \{ 1, 3, 5 \}$ ,

Dari percobaan tersebut, diperoleh  $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 5 \}$ .

#### Contoh 10

Bila  $A = \{ x \mid 1 < x < 7, x \in \mathbb{R} \}$  dan  $B = \{ y \mid 3 < y < 10, y \in \mathbb{R} \}$ , maka diperoleh gabungan A dan B, yaitu  $A \cup B = \{ z \mid 1 < z < 10, z \in \mathbb{R} \}$ .

4. Komplemen suatu kejadian A terhadap S ialah kejadian yang semua unsurnya termasuk didalam S, tetapi tidak termasuk didalam A. Komplemen A dinyatakan dengan lambang  $A'$ . Dapat ditulis :  $A' = \{ x \mid x \in S \wedge x \notin A \}$ . Daerah yang diarsir pada gambar 5 menyatakan  $A'$ .



#### Contoh 11

Pada contoh 8, kejadian A dan B saling berkomplemen, jadi  $A' = B$  atau  $B' = A$ .

### Contoh 12

Misalkan A menyatakan kejadian bahwa seorang karyawan yang dipilih secara acak dari suatu perusahaan adalah seorang perokok, maka A' menyatakan kejadian bahwa karyawan yang terpilih bukan seorang perokok.

Dari beberapa definisi diatas dapat diturunkan sifat-sifat :

- a.  $A \cap \phi = \phi$       c.  $A \cup \phi = A$       e.  $S' = \phi$       g.  $A \cup A' = S$
- b.  $A \cap A' = \phi$       d.  $\phi' = S$       f.  $(A')' = A$

Disamping kejadian-kejadian yang dapat ditentukan dari gabungan, irisan ataupun komplemen, dapat pula ditentukan kejadian yang merupakan kombinasi dari gabungan, irisan ataupun komplemen. Berikut ini diberikan aturan atau sifat-sifat yang berlaku dalam hubungan antar kejadian:

| No. | Sifat          | Lambang                                                                                              |
|-----|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1   | Komutatif      | $A \cup B = B \cup A$<br>$A \cap B = B \cap A$                                                       |
| 2   | Assosiatif     | $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$<br>$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$                   |
| 3   | Distributif    | $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$<br>$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ |
| 4   | Hukum D'Morgan | $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$<br>$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$                                       |

### Contoh 13

Andaikan sebuah dadu dan sebuah mata uang dilempar bersama. Kejadian A= {muncul mata dadu genap dan gambar}; B= {muncul mata dadu prima}; C= {muncul mata dadu ganjil dan angka}. Tentukan:

- a. A atau B terjadi
- b. A dan B terjadi
- c. B dan C terjadi
- d. Hanya B yang terjadi
- e. Kejadian-kejadian mana antara A, B dan C yang saling lepas

Jawab:

$S = \{(1,G); (1,A); (2,G); (2,A); (3,G); (3,A); (4,G); (4,A); (5,G); (5,A); (6,G); (6,A)\}$

$A = \{(2,G); (4,G); (6,G)\}$

$$B = \{(2,G); (2,A); (3,G); (3,A); (5,G); (5,A)\}$$

$$C = \{(1,A); (3,A); (5,A)\}$$

- a.  $A \cup B = \{(2,G); (2,A); (3,G); (3,A); (4,G); (5,G); (5,A); (6,G)\}$
- b.  $A \cap B = \{(2,G)\}$
- c.  $B \cap C = \{(3,A); (5,A)\}$
- d. Hanya B yang terjadi, berarti A dan C tidak terjadi, sehingga:  
 $B \cap A^c \cap C^c = \{(2,A); (3,G); (5,G)\}$
- e. Kejadian A dan C saling lepas (*mutually exclusive*) sebab  $A \cap C = \phi$

#### D. Aturan untuk menghitung titik sampel

Salah satu masalah yang harus dihadapi dan dicoba diberi nilai oleh statistikawan ialah unsur kemungkinan yang berkaitan dengan munculnya kejadian tertentu bila suatu percobaan dilakukan. Dalam banyak hal suatu soal peluang dapat diselesaikan dengan menghitung jumlah titik dalam ruang sampel tanpa perlu membuat daftar unsurnya. Patokan dasar mencacah yang sering disebut sebagai aturan perkalian, dinyatakan sebagai berikut:

##### Aturan 1

Jika suatu operasi dapat dilakukan dengan  $n_1$  cara, dan setiap cara pada operasi pertama dapat dilakukan operasi kedua dengan  $n_2$  cara, kemudian untuk setiap cara pada operasi kedua dapat dilakukan operasi ketiga dengan  $n_3$  cara, dan seterusnya sampai dilakukan operasi ke-  $k$  dengan  $n_k$  cara, maka seluruh operasi dapat dilakukan dengan  $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \dots n_k$  cara.

##### Contoh 14

Tentukan banyaknya titik sampel didalam ruang sampel, bila dua dadu dilantunkan sekali ?

Jawab

Dadu pertama dapat menghasilkan enam hasil yang mungkin. Setiap hasil tersebut dapat dipasangkan dengan enam kemungkinan dari dadu kedua. Jadi pasangan dadu tersebut sebanyak  $6 \cdot 6 = 36$ . Coba anda tulis pasangan unsur tersebut!

### Contoh 15

Berapa macam hidangan yang terdiri dari nasi, sambal, dan kerupuk yang mungkin dapat disajikan, jika tersedia tiga macam nasi, dua macam sambal, dan dua macam kerupuk ?

Jawab

Hidangan yang mungkin dapat disajikan :  $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$  macam.

Sering pula kita menginginkan ruang sampel yang unsurnya terdiri atas semua urutan atau susunan yang mungkin dari sekelompok benda. Misalnya, kita ingin tahu banyaknya susunan yang dapat dibuat bila 6 orang didudukkan mengelilingi suatu meja, atau pun berapa urutan yang dapat dibuat 2 lotere ditarik dari sejumlah 20 lotere. Urutan yang berlain-lainan itu disebut permutasi.

### Aturan 2

Jiika terdapat  $n$  obyek berbeda kemudian diambil  $k$  obyek dan disusun, maka setiap susunan tersebut dinamakan permutasi. Banyaknya permutasi yang mungkin adalah:

$$P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Hal khusus :

1. Jika  $k = n$ , maka banyaknya permutasi adalah:  $P_n^n = n!$
2. Jika dari obyek-obyek tersebut terdapat  $n_1$  obyek jenis 1,  $n_2$  obyek jenis 2, ...  $n_m$  obyek jenis  $m$ , maka banyaknya permutasi adalah :

$$P_{n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdots n_m}^n = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \cdots n_m!}$$

3. Banyaknya permutasi  $n$  benda berlainan yang disusun melingkar adalah  $(n - 1)!$

### Contoh 16

Hitung banyaknya susunan yang terdiri:

- a. Tiga buku yang diambil dari lima buku yang berbeda
- b. Empat buku berbeda
- c. Dua buku fisika, tiga buku matematika, dan dua buku kimia, jika setiap jenis buku adalah sama
- d. Dalam berapa carakah suatu barisa dari 8 bendi dapat disusun dalam suatu lingkaran?

Jawab

a.  $P_3^5 = \frac{5!}{2!} = 60$

b.  $P_4^4 = 4! = 24$

c.  $P_{2.3.2}^7 = \frac{7!}{2! 3! 2!} = 210$

d.  $(8 - 1)! = 7! = 5040$

Contoh 17

Dari 10 lotre, dua lotre diambil untuk hadiah pertama dan kedua. Hitung banyaknya hadiah pertama dan kedua yang mungkin ?

Jawab :  $P_2^{10} = \frac{10!}{8!} = 90$

Contoh 18

Berapa banyaknya jadwal yang mungkin dapat disusun untuk tiga penceramah dalam tiga pertemuan, jika ketiga penceramah tersebut bersedia berceramah tiap hari selama lima hari ?

Jawab :  $P_3^5 = \frac{5!}{2!} = 60$

Dalam banyak masalah kita ingin mengetahui banyaknya cara memilih  $r$  benda dari sejumlah  $n$  tanpa mempedulikan urutannya. Pemilihan seperti ini disebut kombinasi. Suatu kombinasi sesungguhnya merupakan sekatan dengan dua sel, sel pertama berisi  $r$  unsur yang dipilih sedangkan sel lainnya berisi  $(n-k)$  sisanya. Jumlah semua kombinasi seperti ini, dinyatakan dengan lambang  $C_k^n$  karena jumlah unsur pada sel kedua harus karena jumlah unsur pada sel kedua haruslah  $n - k$ .

### Aturan 3

Jika pada aturan 2, urutan dari obyek yang disusun tersebut tidak diperhatikan maka tiap susunan dinamakan kombinasi. Banyaknya kombinasi yang mungkin adalah :

$$C_k^n = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

Contoh 19

Berapakah banyaknya panitia terdiri dari tiga orang yang dapat disusun yang beranggotakan dua orang mahasiswa dan satu orang dosen bila ada empat mahasiswa dan tiga dosen ?

Jawab : Banyaknya cara memilih dua mahasiswa dari empat yang ada :

$C_2^4 = \frac{4!}{2!2!} = 6$ , dan banyaknya cara memilih satu dosen dari tiga yang ada:

$C_1^3 = \frac{3!}{1!2!} = 3$ , jadi banyaknya panitia adalah :  $6.3 = 18$

### E. Peluang Suatu Peristiwa

Apa yang dimaksud dengan pernyataan “Ali mungkin memenangkan pertandingan catur”, “Saya punya peluang setengah mendapatkan bilangan bulat dalam lantunan suatu dadu”, atau “Kecil kemungkinan saya menang dalam taruhan itu” ? Dalam tiap hal dinyatakan hasilnya yang masih diragukan, tetapi menurut pengalaman sebelumnya atau pun dari pemahaman tentang pola percobaan kita mempunyai derajat keyakinan mengenai kebenaran pernyataan.

Kemungkinan terjadinya suatu kejadian sebagai hasil percobaan statistika seperti ini dinilai dengan menggunakan sekumpulan bilangan real disebut bobot atau peluang dari 0 sampai 1. Untuk tiap titik pada ruang sampel dikaitkan suatu peluang sedemikian rupa, sehingga jumlah semua bobot sama dengan 1. Bila kita yakin bahwa suatu titik sampel tertentu kemungkinan besar akan terjadi, maka bobotnya seharusnya dekat dengan 1. Sebaliknya, bobot yang hampir nol diberikan pada titik sampel yang kecil sekali kemungkinannya terjadi. Dalam banyak percobaan, seperti pelantunan suatu mata uang atau dadu, tiap titik sampel berkemungkinan sama untuk muncul dan karenanya diberi bobot yang sama pula. Titik di luar ruang sampel (menggambarkan kejadian sederhana yang tak mungkin terjadi) diberi bobot nol.

Untuk menentukan peluang suatu kejadian A, semua bobot titik sampel dalam A dijumlahkan. Jumlah ini dinamakan **peluang A** dan dinyatakan dengan **P(A)**.

### Definisi 6

*Peluang suatu kejadian A adalah jumlah bobot semua titik sampel dalam A, jadi peluang peristiwa A adalah  $0 \leq P(A) \leq 1$ ,  $P(\phi) = 0$ , dan  $P(S) = 1$ .*

### Contoh 20

Sebuah mata uang dilantunkan dua kali. Hitunglah peluang munculnya bagian angka paling sedikit satu kali !

Jawab

Ruang sampelnya adalah  $S = \{ AA, AG, GA, GG \}$ .

Tiap hasil mempunyai kemungkinan muncul yang sama, karena itu tiap titik sampel diberi bobot  $b$  sehingga  $4b = 1$ ,  $b = \frac{1}{4}$ . Misal  $A$  kejadian muncul bagian angka paling sedikit satu kali, maka  $A = \{ AA, AG, GA, \}$ . Jadi  $P(A) = \frac{3}{4}$ .

Bobot dapat dipandang sebagai peluang yang berkaitan dengan kejadian sederhana. Bila percobaan itu bersifat sedemikian rupa sehingga setiap titik sampel didalam ruang sampel  $S$  berbobot sama, maka peluang suatu kejadian  $A$  adalah nisbah (hasil bagi) banyaknya unsur dalam  $A$  dengan banyaknya unsur dalam  $S$ .

### **Teorema 1**

Jika suatu percobaan dapat menghasilkan  $N$  macam hasil yang berkemungkinan sama, dan bila tepat sebanyak  $n$  dari hasil tersebut berkaitan dengan kejadian  $A$ , maka peluang kejadian  $A$  adalah  $P(A) = \frac{n}{N}$

Contoh 21

Sebuah dadu dilantunkan sekali. Tentukan peluang munculnya mata dadu yang menyatakan bilangan ganjil !

Jawab

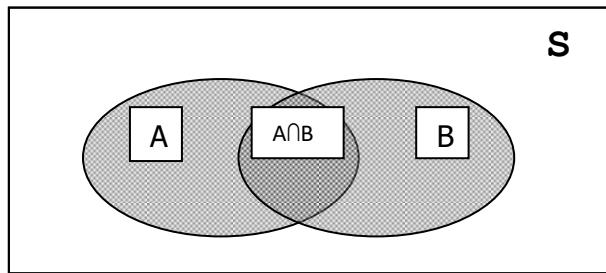
Ruang Sampelnya  $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ . Misalkan  $A$  peristiwa munculnya bilangan ganjil, maka  $A = \{ 1, 3, 5 \}$ , Jadi  $P(A) = \frac{1}{2}$ .

### **F. Beberapa Hukum Peluang**

Beberapa hukum penting yang dapat menyederhanakan perhitungan peluang, disajikan dalam teorema berikut :

### **Teorema 2**

Bila  $A$  dan  $B$  dua kejadian sebarang, maka  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ . Perhatikan diagram Venn pada gambar 6 berikut:



Gambar 6

**Akibat 1:** Bila A dan B kejadian yang terpisah, maka  $P(A \cap B) = \phi$ , sehingga  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

**Akibat 2:** Bila  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  saling terpisah, maka :

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) \dots + P(A_n)$$

**Akibat 3:** Bila  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  merupakan suatu sekatan ruang sampel S, maka:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) \dots + P(A_n) = P(S) = 1$$

**Teorema 3** Untuk tiga kejadian A, B, C

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Contoh 22

Bila dua dadu dilantunkan sekali, berapakah peluang munculnya mata dadu yang menyatakan jumlah 7 atau 9 ?

Jawab : Misalkan A kejadian jumlah 7 dan B kejadian jumlah 9, maka  $P(A) = 1/6$  dan  $P(B) = 1/9$ . Kejadian A dan B saling terpisah, sebab tidak dapat terjadi pada lantunan yang sama (secara bersamaan), sehingga:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{5}{18}$$

**Teorema 4**

Bila A dan A' kejadian yang saling berkomplemen, maka  $P(A') = 1 - P(A)$